

**SERIE SUR LA DYNAMIQUE**

**Exercice1**

Une fronde est constituée par un objet ponctuel (M), de masse :  $m = 50,0$  g, accroché à l'une des extrémités d'un fil, de longueur :  $l = 80,0$  cm et de masse négligeable, dont l'autre extrémité O est maintenue fixe.

On fait tourner la fronde autour de O, dans un plan vertical de manière que l'objet ponctuel (M) décrive un cercle de centre O.

Pour provoquer le mouvement, on communique à l'objet (M), quand le système est dans sa position d'équilibre OA, une vitesse horizontale  $\vec{V}_0$ , de norme :  $V_0 = 10,0$  m.s<sup>-1</sup>.

On prendra, pour l'intensité du champ de pesanteur :  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup>.



1°) a) Établir l'expression littérale de la norme  $V_S$  de la vitesse  $\vec{V}_S$  de (M) au point S, sommet de la trajectoire, en fonction de  $V_0$ ,  $l$  et  $g$ . Faire l'application numérique.

b) Établir l'expression littérale de la norme  $T_S$  de la tension  $\vec{T}_S$  du fil quand l'objet (M) est en S, en fonction de :  $V_0$ ,  $l$  et  $g$ . Faire l'application numérique.

2°) La fronde tourne dans un plan vertical. Quand l'objet (M) passe, en montant, au point C de sa trajectoire, il se détache du fil et est libéré.

On néglige toute action de l'air sur (M).

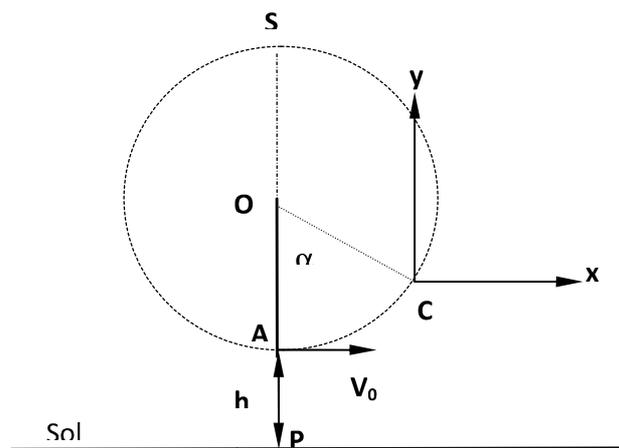
Le rayon OC fait un angle :  $\alpha = 40,0^\circ$  avec la verticale OA. Le point A se trouve à la distance :  $h = 20,0$  cm du sol horizontal.

a) Déterminer les caractéristiques (direction, sens et norme) du vecteur vitesse  $\vec{V}_C$  de (M) au point C.

b) Établir, dans le repère (C, x, y), l'équation littérale de la trajectoire de (M). Quelle est la nature de cette trajectoire ? Faire l'application numérique.

c) Déterminer à quelle distance de P, point du sol sur la verticale de A, l'objet (M) touche le sol.

d) Quelles sont les caractéristiques (direction, sens et norme) du vecteur vitesse  $\vec{V}_{sol}$  de l'objet (M) à son arrivée au sol ?



**Exercice2: mouvement d'un wagonnet**

Un wagonnet de manège et ses passagers, de masse :  $m_1 = 4,0 \cdot 10^2$  kg, effectue le parcours représenté sur la figure ci-après.

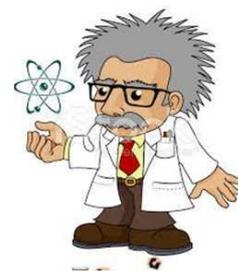
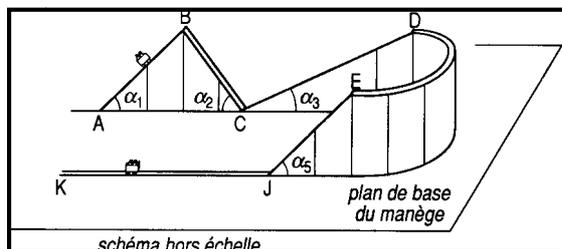
La trajectoire du centre de masse est la suivante :

**AB** : ascension du wagonnet par l'action d'un système d'entraînement.

**BC-CD** : descente puis remontée du wagonnet sous la seule action de son poids.

**DE** : virage circulaire dans un plan horizontal, parallèle au plan de base du manège.

**EJ** : descente freinée du wagonnet.



**JK** : parcours rectiligne horizontal.

On suppose négligeables les pertes d'énergie par frottement du wagonnet sur les rails, ainsi que les forces de résistance de l'air. On prendra :  $g = 10$  m.s<sup>-2</sup>.

1°) Le wagonnet décrit le trajet **AB** d'un mouvement rectiligne uniforme, de vitesse  $V_1$ . Le système d'entraînement exerce une force motrice  $\vec{F}$  de valeur constante, parallèle à la trajectoire. La durée du parcours **AB** est 10 secondes.

Calculer la norme de  $\vec{F}$ .

On donne : **AB** = 15 m et :  $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$ .

2°). En **B** l'action de  $\vec{F}$  est supprimée et le wagonnet, animé de la vitesse  $V_1$ , descend la pente **BC**.

a) Établir précisément la nature du mouvement du wagonnet.

b) Calculer sa vitesse  $v_2$  en **C**, situé dans le plan de base horizontal du manège.

3°) A la suite du choc dû à la rupture de pente, le wagonnet aborde en C la rampe CD à la vitesse :  $V_3 = 14 \text{ m.s}^{-1}$ .

Quel doit être l'angle  $\alpha_3$  si l'on veut que le wagonnet arrive en D, situé à l'altitude de B, avec la vitesse :  $V_4 = 6,2 \text{ m.s}^{-1}$  ?

On donne :  $CD = 12 \text{ m}$ .

4°) Le centre de gravité du wagonnet décrit en DE un virage, situé dans un plan horizontal, d'un mouvement circulaire uniforme, de vitesse  $V_4$ . Le rayon du virage est :  $r = 5,5 \text{ m}$ .

Quel doit être l'angle  $\beta$  d'inclinaison de la voie par rapport à l'horizontale pour qu'il n'y ait pas tendance au déraillement du wagonnet ?

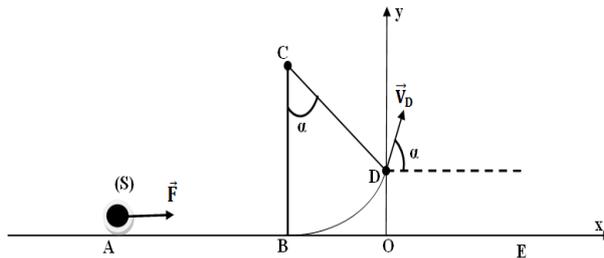
5°) Au cours de la descente EJ, des patins viennent s'appliquer sur les parois externes du wagonnet et exercent sur lui des forces de frottement de valeur constante, dont on appellera  $f$  la résultante.

Calculer  $f$  si l'on veut que le wagonnet arrive en J à la vitesse :  $V_5 = 3,0 \text{ m.s}^{-1}$ .

On donne :  $EJ = 14,8 \text{ m}$  et :  $\alpha_5 = 30^\circ$ .

### Exercice3

Un solide (S) de masse  $m=0,5 \text{ kg}$  peut se déplacer sans frottement sur une piste ABD. L'intensité de la pesanteur est  $g=10 \text{ ms}^{-2}$



#### 1. Trajet AB

Le trajet AB est rectiligne et horizontal de longueur  $l=AB = 1 \text{ m}$ . Initialement au repos, le solide (S) est soumis à une force constante  $F$  dirigée de A vers B. Le solide arrive au point B avec la vitesse  $\vec{v}_B$ . Au-delà du point B, la force constante  $\vec{F}$  cesse de s'exercer

1.1. Faire le bilan des forces appliquées au solide entre A et B

1.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la valeur de  $v_B$  de la vitesse en fonction de  $F$ ,  $m$  et  $l$

#### 2. Trajet BD

Le trajet BD est un arc de cercle de centre C, de rayon  $r=CB=CD=1 \text{ m}$  tel que  $(\overline{CB}, \overline{CD}) = 60^\circ$ . Le solide arrive au point D avec une vitesse faisant l'angle  $\alpha$  avec l'horizontal

2.1. Faire le bilan des forces appliquées au solide

2.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la valeur  $v_D$  de la vitesse au point en fonction  $v_B$ ,  $g$ ,  $r$  et  $\alpha$

2.3. En déduire l'expression de  $v_D$  en fonction  $F$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $r$  et  $\alpha$

2.4. Calculer  $v_D$

$F=8,75 \text{ N}$

#### 3. Saut après le point D

Le solide quitte le point D avec une vitesse  $\vec{v}_D$  de valeur  $v_D=5 \text{ m.s}^{-1}$  faisant  $\alpha=60^\circ$  avec l'horizontal et retombe au point E

3.1. Appliquer le théorème du centre d'inertie pour exprimer le vecteur accélération  $\vec{a}$  du mouvement

3.2. Ecrire les équations horaires du mouvement du solide dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Les points O et D se trouvent sur la même verticale

3.3. Montrer l'équation cartésienne de la trajectoire est :  $y = -\frac{g}{2v_D^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + r(1 - \cos \alpha)$

3.4. Pour la suite on écrira l'équation cartésienne sous la forme :  $y = Ax^2 + Bx + C$

A, B et C sont des constantes que l'on calculera.

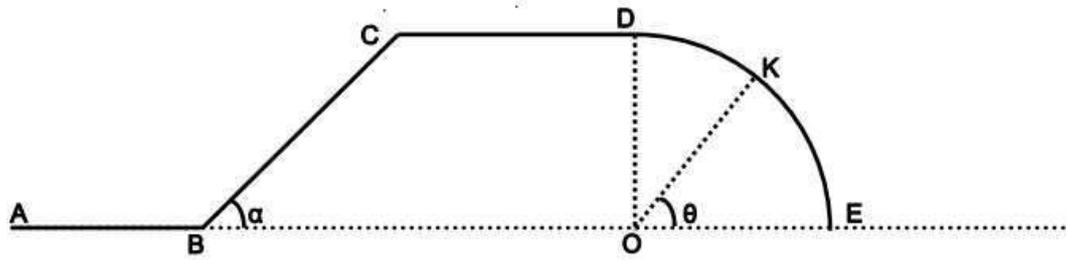
3.5. Calculer les coordonnées du point de chute E

#### Exercice4

Un skieur de masse totale  $m= 90 \text{ Kg}$  aborde une piste verglacée ABCDE. Le skieur, partant sans vitesse, est d'abord poussé par un dispositif approprié sur le parcours AB de longueur  $l = 20 \text{ m}$  pour acquérir au point B une vitesse  $V_B$  qui

Un

lui permet d'atteindre un point C se trouvant à une distance  $l=60\text{m}$  de B. Le tronçon de piste rectiligne BC fait un angle  $\alpha=20^\circ$  avec le plan horizontal.



- I) 1) Calculer la valeur de la vitesse  $\vec{v}_B$  que doit avoir le skieur en B pour qu'il atteigne C avec une vitesse nulle.
- 2) Calculer alors la valeur, supposée constante, de la force  $\vec{F}$  à exercer sur le skieur entre A et B parallèlement à la piste pour lui communiquer la vitesse  $\vec{v}_B$ .
- 3) Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C.
- II) En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir de la piste CD, horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur  $v_D = 10 \text{ m.s}^{-1}$  avec laquelle il entame le tronçon circulaire DE de rayon  $r = OD$ .

Exprimer :

- a) la valeur  $v_K$  de la vitesse du skieur au point K en fonction de  $v_D, r, g$  et de l'angle  $\theta$ .
- b) La valeur  $\vec{R}$  de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point K en fonction des mêmes paramètres.
- c) Application numérique : Calculer  $v_K$  et  $\vec{R}$  pour  $\theta = 60^\circ$ .

Calculer la valeur de l'angle  $\theta_0$  pour lequel le skieur décolle de la piste

### Exercice 5

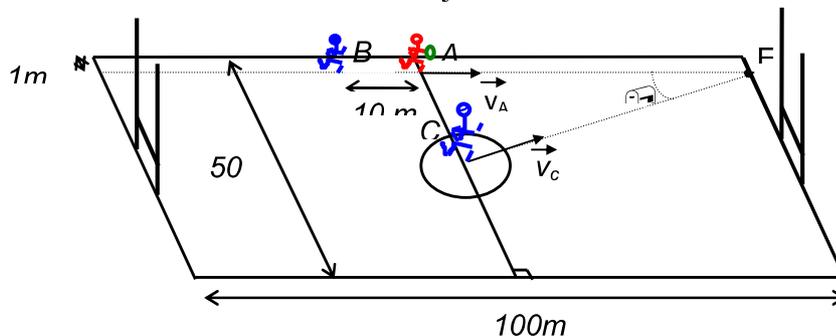
Au cours du

match de rugby Bath-Toulouse, l'ailier toulousain (A)\* porteur du ballon court vers la ligne d'essai en suivant une ligne parallèle à la ligne de touche située à  $1\text{m}$  de celle-ci. Sa vitesse est constante et égale à  $8,6 \text{ m.s}^{-1}$ .

Lorsque l'ailier passe la ligne médiane, un joueur de Bath (B)\*, à l'arrêt à  $10$  mètres en arrière du joueur toulousain, part à sa poursuite avec une accélération constante de  $1,6 \text{ m.s}^{-2}$ .

De plus, le toulousain ne remarque pas, à sa droite, un autre joueur anglais (C)\* passant en même temps que lui la ligne médiane au centre du terrain avec une vitesse de  $6,0 \text{ m.s}^{-1}$  et remontant vers l'en-but E avec une accélération de  $1,0 \text{ m.s}^{-2}$  (voir figure).

\*On appelle A, B et C les centres d'inertie des différents joueurs.



1. Quelle est la nature du mouvement de chaque joueur ?
2. Dans cette partie, on ne considère que la poursuite de l'ailier A par le joueur B.
  - 2.1. Déterminer les équations horaires des mouvements de A et B
  - 2.2. A quelle date  $t_1$  l'ailier A arrive-t-il en E s'il n'est pas intercepté avant?
  - 2.3. Tracer sur la même feuille de papier millimétré  $x(A) = f(t)$  et  $x(B) = g(t)$  pour  $t$  appartenant à  $[0, t_1]$ .
  - 2.4. En déduire si l'ailier toulousain A peut marquer l'essai. Retrouver ce résultat par le calcul.
3. Et si le joueur C rattrapait l'ailier A avant l'en-but E.....
  - 3.1. Déterminer l'équation horaire de C.
  - 3.2. L'ailier toulousain A marque-t-il l'essai?

### Exercice 6

Des hélions, particules  $\alpha, {}_2^4\text{He}^{2+}$  de masse  $m$ , sont émis avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture  $O_1$  d'une plaque métallique P (voir figure). Ils traversent successivement trois régions I, II et III d'une enceinte où on a fait le vide. On négligera l'action de leur poids sur leur mouvement.

1- La région I est limitée par les plaques P et N planes, parallèles, perpendiculaires au plan du schéma et présentant entre elles une tension  $U_0 = U_{NP} = V_N - V_P$ . On veut qu'en  $O_2$  les hélions aient une vitesse  $v_0$  ayant la direction de la droite  $(O_1 O_2)$ .

1.1- Précisez et justifiez le signe de  $U_0$ .

1.2- Déterminez l'expression littérale de  $v_0$  en fonction de  $e$  (charge élémentaire), de  $m$  et de  $U_0$ .

Calculez sa valeur numérique.

On donne:  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$ ;  $m = 6,68 \times 10^{-27} \text{kg}$ ;  $|U_0| = 2000 \text{V}$ .

2- Après avoir franchi la région II, de longueur  $O_2O = L = 50 \text{cm}$ , où le champ électrique est nul, les hélions pénètrent en O dans la région III. Entre les armatures planes A et B, parallèles, perpendiculaires au plan de la figure, distantes de  $d$ , et de longueur  $l$ , existe une tension  $U_{AB}$ . On veut que les particules sortent de cette région au point S tel que  $O'S = 5 \text{mm}$ . On donne  $l = 20 \text{cm}$  et  $d = 5 \text{cm}$ .

2.1- Déterminer le sens du vecteur champ électrique  $E$ , supposé uniforme, qui existe dans la région III. En déduire le signe de  $U_{AB}$ .

2.2- Etablir l'équation de la trajectoire des particules dans un repère que l'on précisera. (On fera apparaître dans cette équation  $|U_{AB}|$  et  $|U_0|$ )

2.3- Quelle doit être la valeur de  $U_{AB}$  pour que  $O'S = 5 \text{mm}$ ?

2.4- Quelle est la durée du trajet des particules entre  $O_2$  et S?

3- Ce dispositif permet-il de séparer les isotopes de l'hélium?

