



## T.D. GRAVITATION UNIVERSELLE



### Exercice 1: Bac S2 2015

Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement circulaire d'un satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et de déterminer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par un tel satellite.

- 3.1. Énoncer la loi de gravitation universelle puis donner, schéma à l'appui, sa formulation vectorielle.
- 3.2. En déduire l'expression vectorielle du champ de gravitation terrestre  $G$  à l'altitude  $h$ . Établir alors l'expression de  $G$  en fonction de sa valeur  $G_0$  au sol, de l'altitude  $h$  et du rayon  $R$  de la Terre.
- 3.3. Montrer que le mouvement du satellite géostationnaire est uniforme.
- 3.4. Établir, en fonction de  $G_0$ ,  $R$  et  $h$ , l'expression de la vitesse  $v$  du satellite et celle de sa période  $T$ .
- 3.5. a) Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?  
b) Montrer, par un calcul, que l'altitude du satellite géostationnaire vaut  $h = 3,58.10^4$  km.

doro-cisse-monsite.com

3-6 Météosat-8 est un de ces satellites géostationnaires.

3-6-1 Calculer la fraction de la surface terrestre couverte par le faisceau électromagnétique envoyé par Météosat-8.

3-6-2 Dire si les observations faites par Météosat-8 concernent toujours la même zone de la Terre ou non.

On donne : - La surface  $S$  de la calotte sphérique de rayon  $R$ , vue sous l'angle  $2\Theta$  depuis le centre de la Terre est donnée par :  $S = 2\pi R^2 (1 - \cos \Theta)$ . - Rayon terrestre  $R = 6400$  km; période de rotation de la Terre sur elle-même  $T_t = 8,6.10^4$  s - Valeur du champ de gravitation terrestre au sol :  $G_0 = 9,8$  S.I

### Exercice 2 (Bac S2 ; 1998)

La constante de gravitation universelle est  $G = 6,67.10^{-11}$  S.I.. On considère une planète  $P$  de masse  $M$ . Le mouvement de l'un des satellites  $S$ , assimilé à un point matériel de masse  $m$ , est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre  $O$  de la planète  $P$  et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.

On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$ .

- 1- Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète  $P$  sur le satellite  $S$ . Faire un schéma.
- 2- Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète  $P$  au point où se trouve le satellite  $S$ .

Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.

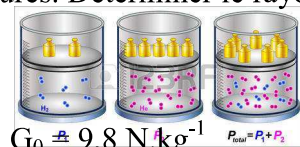
3- Déterminer la nature du mouvement du satellite  $S$  dans le référentiel d'étude précisé.

4- Exprimer le module de la vitesse linéaire  $V$  et la période de révolution  $T$  du satellite  $S$  en fonction de la constante de gravitation  $G$ , du rayon  $r$  de la trajectoire du satellite et de la masse  $M$  de la planète  $P$ .

Montrer que le rapport  $r^3 / T^2$  est une constante.

5- Sachant que l'orbite du satellite  $S$  a un rayon  $r = 185500$  km et que sa période de révolution vaut  $T = 22,6$  heures, déterminer la masse  $M$  de la planète  $P$ .

6- Un autre satellite  $S'$  de la planète  $P$  a une période de révolution  $T' = 108,4$  heures. Déterminer le rayon  $r'$  de son orbite.



### Exercice 3: Etude d'un satellite artificiel de la terre

On donne : • le rayon de la Terre :  $R = 6,4.10^6$  m • Champ de gravitation au sol :  $G_0 = 9,8$  N.kg<sup>-1</sup>  
• la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles  $T_0 = 86160$  s.

L'étude du mouvement du satellite est réalisée dans un repère géocentrique. Un satellite est mis en orbite circulaire autour du centre  $O$  de la Terre. Il évolue à l'altitude  $z$  dans le plan équatorial de la Terre. Ce satellite, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté  $S$  et a une masse  $m = 10$  tonnes.

- 1) Appliquer la loi de gravitation de Newton ou loi de l'attraction universelle au satellite  $S$  à l'altitude  $z_S$  et donner l'expression littérale de l'intensité  $F$  de la force de gravitation qu'il subit en fonction de  $G_0$ ,  $m$ ,  $z$  et du rayon  $R$  de la Terre.
- 2) Calculer l'intensité de cette force  $F$  pour  $z = z_S = 1200$  km ; ainsi que l'intensité  $G$  du champ gravitationnel à cette altitude.
- 3) Le mouvement du satellite  $S$  est étudié dans le référentiel géocentrique dont l'origine est  $O$ .
- 3.a- Montrer que le mouvement circulaire du satellite  $S$  est uniforme.

3.b- Donner l'expression littérale de la vitesse  $V$  du satellite  $S$  en fonction de  $R$ ,  $G_0$  et  $z_S$  puis calculer sa valeur.

3.c- Donner l'expression littérale de la période  $T$  du satellite  $S$  sur son orbite en fonction de  $R$ ,  $G_0$  et  $z_S$  puis calculer sa valeur.

3.d- Exprimer les énergies cinétique, potentielle et mécanique du satellite en fonction de  $K, m, M$  et  $r$  puis  $G_0, R, m$  et  $z_S$ .

4) Montrer que le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  est égal à une constante que l'on calculera. Quelle loi met en évidence ce résultat

A partir de la loi précédemment établie, calculer la valeur de la masse  $M_T$  de la terre.

5) Avec quelle vitesse  $V_0$  faut-il lancer le satellite  $S$  à partir de la surface de la Terre pour le placer sur son orbite à l'altitude  $z_S = 1200$  km ?

On admettra que la fusée porteuse qui lance le satellite n'est soumise qu'à l'action du champ de gravitation terrestre. On négligera les frottements.

6) Le satellite, se déplaçant vers l'est, est maintenant soumis à des forces de frottement. Quel est l'influence de ces forces résistantes sur sa vitesse et sur sa période ?

#### **Exercice 4**

On donne :  $R_T = 6400$  km (rayon de la Terre) ;  $R_L = 1740$  km (rayon de la Lune) ;  $G_{0T} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  (champ de gravitation à la surface de la Terre) ;  $G_{0L} = 1,6 \text{ m.s}^{-2}$  (celui de la Lune).

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre  $O$  et de rayon  $R_T$ . Elle tourne autour de l'axe des pôles d'un mouvement circulaire uniforme de période  $T$ .

1) Donner l'expression de  $g$  champ de gravitation créé par la Terre en un point  $P$ , situé à une distance  $r > R_T$  du centre  $O$  de la Terre en fonction de  $G_{0T}$ ,  $R_T$  et  $r$ . En déduire l'expression de la vitesse d'un satellite de la Terre dans un référentiel géocentrique.

2) Montrer qu'au voisinage de la Terre, à l'altitude  $h$  ( $h \ll R$ ) que le champ de gravitation terrestre  $G$  peut se mettre sous la forme :  $G = G_0 (1 - \epsilon)$ . On rappelle que si  $\epsilon \ll 1$ ,  $(1 + \epsilon)^n = (1 + n\epsilon)$ .

3) A quelles conditions ce satellite peut-il être géostationnaire ? Calculer alors le rayon de son orbite. En déduire son altitude  $h$ .

4) Un satellite tourne autour de la Terre dans le plan équatorial. Le rayon de son orbite  $r = 18000$  km, il se déplace vers l'Est. On rappelle que la Terre tourne d'Ouest en Est. La période de rotation de la Terre sur elle-même est  $T_r = 24$  h.

a) Ce satellite est-il géostationnaire ? Pourquoi ?

b) Trouver la période  $T_S$  du satellite dans le repère géocentrique.

c) Trouver sa période  $T_e$  pour un observateur terrestre (intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs du satellite au-dessous du même point de l'équateur)

5) Un satellite de masse  $m$  est lancé à partir d'un astre de masse  $M$  et de rayon  $R$ . L'expression de l'énergie potentielle d'interaction satellite - astre est :  $E_p(r) = -\frac{KMm}{r}$  en considérant  $E_p = 0$  quand le satellite est infiniment éloigné de l'astre.  $K$  : constante de gravitation et  $r$  : distance entre le centre de l'astre et le satellite.

a) Exprimer l'énergie mécanique totale de ce système. En déduire l'expression de la vitesse de libération  $V_1$  du système.

b) Calculer cette vitesse dans les deux cas suivants :

- Lancement à partir de la surface de la Terre - Lancement à partir de la surface de la Lune.

#### **Exercice 5**

On considère un proton fixe et un électron situé à une distance  $r$  du proton.

1. Ecrire l'expression du travail élémentaire effectué par la force électrique agissant sur l'électron quand celui-ci se rapproche du proton d'une distance très faible  $\delta r$ . En déduire le travail effectué par cette force quand l'électron initialement à une distance  $r_2$  du proton se rapproche jusqu'à la distance  $r_1$ . Quelle est durant ce déplacement la variation de l'énergie potentielle du système proton-électron ?

2. L'énergie potentielle du système proton électron est supposée nulle quand l'électron se trouve infiniment éloigné du proton. Montrer que l'énergie potentielle électrostatique du système peut s'écrire :  $E_p = -Ke^2/r$  quand la distance entre les deux particules est  $r$ .

3. On admet qu'un atome d'hydrogène est constitué d'un électron gravitant autour d'un proton supposé fixe sur un cercle de rayon  $r$  avec une vitesse constante  $V$ . Montrer que l'énergie cinétique de l'électron peut



s'exprimer en fonction de  $r$  et de la charge élémentaire  $e$ . Montrer que l'énergie totale du système peut s'écrire  $E = -Ke^2/2r$ .

### **Exercice 6: Orbite de Jupiter.**

Les mouvements des planètes sont supposés circulaires uniformes et dans un même plan. On donne :  $1\text{an}=365\text{jours}$  ;  $1\text{jour}=86400\text{s}$  ; masse de la Terre :  $m_T=5,98.10^{24}\text{kg}$  ; masse de Jupiter :  $m_J=1,90.10^{27}\text{kg}$  ; masse du soleil :  $m_S=1,99.10^{30}\text{kg}$  ; période de révolution de Jupiter :  $T_J=11,9\text{ans}$  ; rayon de l'orbite terrestre :  $r_T=1,50.10^{11}\text{m}$ .

4. Une planète de masse  $m$  tourne autour du soleil sur une orbite de rayon  $r$ . Exprimer littéralement la valeur  $F$  de la force de gravitation que le soleil exerce sur cette planète.

Calculer numériquement  $F$  dans le cas où cette planète est la terre.

5. En appliquant une loi de Newton, déterminer en fonction de  $G$ ,  $m_S$  et  $r$ , la vitesse  $v$  de la planète sur son orbite.

a) On note  $T$  la Période de révolution de la planète autour du soleil. Exprimer littéralement le rapport  $r^3/T^2$  et vérifier qu'il ne dépend pas de la masse de la planète. Calculer numériquement ce rapport.

b) En appliquant la relation précédente au cas de Jupiter, calculer le rayon  $r_J$  de l'orbite de Jupiter.

c) Calculer la distance minimale  $d$  qui sépare la terre de Jupiter au cours de leurs mouvements autour du soleil. Déterminer dans ce cas la valeur  $F_{TJ}$  de la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce entre ces deux planètes. En comparant ce résultat à celui de la question 1, que peut-on dire de l'effet de Jupiter sur le mouvement de la terre.

